Il dimensionamento delle fognature può essere eseguito con diversi metodi, ma parte sempre dalla conoscenza (o dalla stima) delle portate che dovranno defluire nelle condotte.

Portata nera delle aree residenziali e industriali (Q_N)

La portata media nera annua delle aree residenziali è data da:

$$Q_0 = \frac{(1-e) \cdot d \cdot P}{86400}$$

In cui P è il numero di utenti che gravano sulla fogna a monte della sezione di calcolo, d è la dotazione idrica media annua, e è il coefficiente di dispersione.

Il dimensionamento avviene considerando i valori di punta della portata, ottenibili moltiplicando Q_0 per i seguenti coefficienti:

- coefficiente di punta giornaliero C_g, rapporto tra portata media del giorno di massimo consumo e quella media annua;
- coefficiente di punta oraria C_p, rapporto tra massima portata oraria e portata media annua;
- coefficiente di minimo C_m, rapporto tra minima portata oraria e portata media annua.

Il coefficiente di punta C_p è ottenibile mediante svariate formule:

Harman, 1914: $C_p = 1 + \frac{14}{4 + P^{1/2}}$ Gift, 1945: $C_p = \frac{5}{P^{1/6}}$

Babbitt e Baumann, 1958: $C_p = \frac{5}{P^{1/5}}$

Per il coefficiente di minimo si usa invece:

$$C_m = \frac{0,2}{P^{1/5}}$$

Per le aree industriali si determinano le portate tenendo conto della tipologia delle industrie e del coefficiente di riciclo o di utilizzazione:

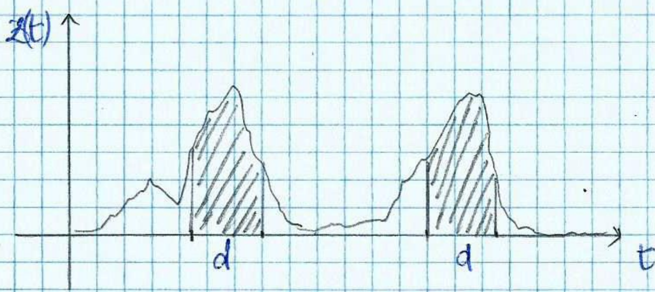
$$Re = \frac{V_{tot\ impiegato}}{V_{tot\ prelevato\ e/o\ scaricato}}$$

Le portate, sia residenziali che industriali, possono aumentare a seguito di intromissione di portate parassite.

Portata bianca delle aree urbane - Curve di possibilità climatica

Più complessa è la questione relativa alla determinazione delle portate bianche che defluiranno nella fognatura. Attraverso un modello empirico di tipo probabilistico, facendo uso dei quantili regolarizzati e della riduzione delle piogge all'area, si determinano le curve (o linee segnalatrici) di possibilità climatica o probabilità pluviometrica. Esse descrivono il comportamento locale e globale dell'intensità media di pioggia in un punto dello spazio al variare della durata dell'evento. Il termine "locale" si riferisce allo studio di un punto in cui si trova una stazione pluviometrica o di un punto a cui si possono adattare i dati delle stazioni vicine. Il termine "globale" si riferisce alla valutazione dell'afflusso idrico complessivo rovesciato sul sito in esame durante un certo periodo di tempo indipendentemente dalla variabilità del fenomeno all'interno dell'intervallo temporale.

Ci interessa conoscere le intensità massime temibili di precipitazione relative all'area in cui vogliamo dimensionare la fognatura bianca. Se il bacino è di estensione limitata o è artificiale le piogge più temibili sono quelle di forte intensità e breve durata.
Partiamo dalla registrazione in forma continua dell'intensità di pioggia $z(t)$ in un punto:



Dato un periodo di riferimento t_0 (ad esempio un anno) definiamo la massima altezza di pioggia sulla durata d e la massima intensità media sulla durata d:

$$h = \max_{0 \le t \le t_0} \int_{t-d/2}^{t+d/2} z(s)\, ds \qquad i = \frac{h}{d} = \max_{0 \le t \le t_0} \frac{1}{d} \int_{t-d/2}^{t+d/2} z(s)\, ds$$

Inseriamo ora i dati osservati in un'ottica proba-
bilistica considerando la probabilità che il valore
massimo di $z(t, d)$ non superi un'altezza di piog-
gia $\bar{h}$ durante l'intervallo $t_0 = 1$ anno:

$$F(h) = P_r \left[\max_{0 < t < t_0} z(t, d) \leq h \right]$$

La curva di probabilità pluviometrica è la legge pro-
babilistica che lega le tre variabili h, d e F
e che consente di valutare il quantile F-esimo
h_F superato dall'altezza di pioggia con frequenza
$1-F$. Si associa il periodo di ritorno $T = \frac{1}{1-F}$, mi-
surato in anni essendo t_0 pari a un anno.
T è il valore atteso del periodo di tempo tra
due eventi successivi in grado di rovesciare
un'altezza di pioggia superiore a h_F in una
durata temporale d.
Se vogliamo sapere quale sia la probabilità
che un evento critico sia superato almeno una
volta in una durata prefissata N dobbiamo
definire il rischio di fallanza:

$$R_f = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N$$

Se $N = T$ il valore di R_f tende velocemente
a $1 - \frac{1}{e}$
La massima altezza di pioggia che si verifica
con assegnato periodo di ritorno T in funzione del-
la durata d è fornita dalla curva di probabili-
tà pluviometrica che in definitiva e nel modo più
semplice possibile assume la forma:

$$h = a \cdot d^b$$

L'intensità media per la durata d e associata
al periodo di ritorno T è quindi:

$$i_m = h/d = a \cdot d^{b-1}$$

Se $T'' < T'$ non è possibile che si verifichi $h_{d^*}(T'') > h_{d^*}(T')$,
cioè le curve non possono intersecarsi poiché l'altez-
za cresce al crescere di T per assegnata durata.
Non intersecandosi le curve e passando ai logaritmi

$\ln(h) = \ln(a) + b\ln(d)$, si nota che b è una costante. Rimane da valutare a, che è funzione del tempo di ritorno, $a = a(T)$. Assumiamo che la distribuzione di probabilità dei valori estremi annuali di precipitazione sia di tipo Gumbel:

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-u}{\alpha}\right)\right], \quad \alpha = \frac{\sqrt{6}}{\pi}\sigma_x \simeq 0{,}7797\,\sigma_x$$

$$u = \mu_x - 0{,}5772\,\alpha = \mu_x - 0{,}4500\,\sigma_x$$

Definendo la variabile ridotta $y = \frac{x-u}{\alpha}$:

$$F(x) = \exp\left[-\exp(-y)\right] \Rightarrow y = -\ln\left[\ln\left(\frac{1}{F(x)}\right)\right]$$

Con $T = \frac{1}{1-F(x)} \Rightarrow F(x) = \frac{T-1}{T}$:

$$y_T = -\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]$$

Svolgiamo una serie di passaggi facendo uso delle definizioni introdotte, con $x = h$:

$$\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = -y_T = -\frac{h-u}{\alpha} = -\frac{1}{0{,}7797\cdot\sigma_h}\left(h - \mu_h + 0{,}4500\,\sigma_h\right)$$

$$\Rightarrow -0{,}7797\cdot\sigma_h \ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = h - \mu_h + 0{,}4500\,\sigma_h \quad /\cdot \frac{1}{\mu_h}$$

$$\Rightarrow -0{,}7797\cdot\frac{\sigma_h}{\mu_h}\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = \frac{h}{\mu_h} - \left[1 - 0{,}4500\,\frac{\sigma_h}{\mu_h}\right]$$

Essendo $\frac{\sigma_h}{\mu_h} = CV$:

$$\left[1 - 0{,}4500\,CV\right] - 0{,}7797\cdot CV\cdot\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = \frac{h}{\mu_h} \quad /\cdot \frac{1}{1-0{,}4500\,CV}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{0{,}7797\cdot CV}{1-0{,}4500\,CV}\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right] = \frac{h}{\mu_h\left[1-0{,}4500\,CV\right]}$$

$$\Rightarrow h = \left(\mu_h - 0{,}45\,\sigma_h\right)\cdot\left\{1 - \frac{0{,}78\,CV}{1-0{,}45\,CV}\cdot\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\}$$

Ponendo $k = \frac{0{,}78\,CV}{1-0{,}45\,CV}$ e $\mu_h - 0{,}45\,\sigma_h = c\cdot d^b$:

$$h = c\left\{1 - k\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\} d^b$$

Quindi:

$$a = a(T) = c\left\{1 - k\ln\left[\ln\left(\frac{T}{T-1}\right)\right]\right\}$$

Per il calcolo di k si considera quindi il coefficiente di variazione costante e pari al valore medio tra quelli ottenuti per le varie durate:

$$CV^2 = \frac{1}{D}\sum_{d=1}^{D} CV_d^2$$

Non ci resta che valutare l'esponente b comune a tutte le curve, ciascuna con il suo periodo di ritorno

Riferendoci alla curva calcolata per μ_a:

$$\frac{T-1}{T} = \exp\left[-\exp\left(\frac{\mu_a - \mu}{\alpha}\right)\right] = \exp\left[-\exp\left(-\frac{\cancel{\mu_a} - \cancel{\mu_a} + 0{,}45\,\sigma_a}{0{,}78\,\sigma_a}\right)\right] =$$

$$= \exp\left[-\exp(-0{,}577)\right] = 0{,}57 \Rightarrow T = 2{,}33 \text{ anni}$$

Sostituiamo in $a = a(T)$:

$$a = c\left\{1 - k \cdot \ln\left[\ln\left(\frac{2{,}33}{2{,}33-1}\right)\right]\right\} = c\left[1 + 0{,}577\,k\right]$$

$$\Rightarrow \mu_a = c\left[1 + 0{,}577\,k\right] \cdot d^b \Rightarrow Y_d = \frac{\mu_a}{1 + 0{,}577\,k} = c \cdot d^b$$

Si possono quindi stimare c e b con una regressione lineare a partire dal diagramma bilogaritmico dei dati sperimentali.

La pioggia è un processo variabile nello spazio e nel tempo. È perciò necessario estendere la validità dei dati osservati a un'area. I più moderni strumenti riescono a fornire i valori di $\bar{h}$ e $\bar{i}$, anche se ad oggi è ancora quantitativamente poco affidabile:

$$\bar{h}(t) = \int_{t-d/2}^{t+d/2} \frac{1}{A} \iint_A i(x, y, \tau)\, dx\, dy\, d\tau \qquad \bar{i}(t) = \frac{\bar{h}(t)}{d}$$

Usando invece i dati dei pluviometri tradizionali si ipotizza che il centro di scroscio coincida con la posizione del più vicino pluviometro e si estendono i dati di quest'ultimo all'area di interesse mediante un fattore di riduzione. È il procedimento di riduzione delle piogge all'area:

$$\bar{h}_d = \frac{1}{A} \cdot \iint_A h_d(x,y)\, dA \qquad \text{fattore } r = r(A, d, T, \dots) = \bar{h}_d / h_d$$

Si fa riferimento all'altezza massima temibile nel centro di scroscio. Inoltre $0 \le r \le 1$, r decrescente all'aumentare dell'estensione dell'area, crescente all'aumentare della durata dell'evento.

Una formula approssimata della curva da cui ottenere r (ARF – areal reduction factor) è:

$$ARF = 1 - \exp\left(-1{,}1 \cdot d^{0{,}25}\right) + \exp\left(-1{,}1\, d^{0{,}25} - 0{,}00386\, A\right)$$

Con d in ore, A in km^2. Esiste pure la formula empirica di Penk:

$$ARF = 1 - a\, d^b \qquad \begin{cases} b = 0{,}4 - 0{,}0208\, \ln(4{,}6 - \ln A) & \text{se } A \le 20\, km^2 \\ b = 0{,}4 - 0{,}0382\, (4{,}6 - \ln A)^2 & \text{se } 20\, km^2 \le A \le 100\, km^2 \end{cases}$$

$$a = 0{,}0394\, A^{0{,}354}$$

Una correzione della sovrastima delle piogge di progetto, derivante dalla riduzione, è possibile scegliendo una formula analoga delle curve:

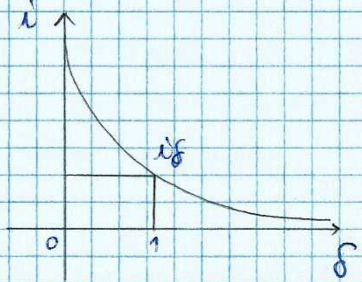
$$h = a' \cdot d^{b'} \qquad \begin{cases} a' = a\left[1 - 0{,}052 \cdot \frac{A}{100} + 0{,}002\left(\frac{A}{100}\right)^2\right] \\ b' = b + 0{,}0175 \, \frac{A}{100} \end{cases}$$

Con A in ettari, a' e b' determinati a partire dai dati sperimentali relativi alla fognatura di Milano.

Un ultimo problema è costituito dal fatto che le piogge trattate hanno breve durata (inferiore all'ora), mentre le curve sono state costruite per piogge di durata superiori all'ora.

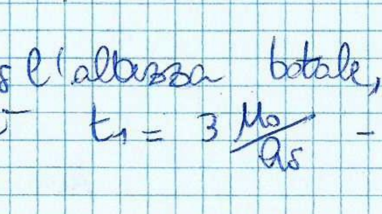
Si schematizza l'evento della durata di interesse (critico) con uno ietogramma storico (costruito sulla base delle osservazioni pluviometriche) o sintetico (schema concettuale). Nel caso del dimensionamento di un'opera idraulica si usano gli ietogrammi sintetici:

- rettangolare:



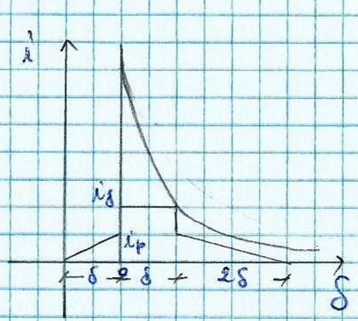
- • durata $\bar{\delta}$, intensità costante i_δ ricavata dalle curve IDF;
- •• si considera solo la parte critica della precipitazione in δ ignorando parte dell'altezza complessiva e si trascura l'effetto dei picchi.

- triangolare:



- • durata $\bar{\delta}$, intensità di punta $i_m = 2\, i_\delta$, i_δ intensità media dalla IDF;
- •• detto μ_0 momento del primo ordine dello ietogramma osservato (rispetto all'origine) e detta h_δ l'altezza totale, la durata del ramo ascendente è $t_1 = 3\,\frac{\mu_0}{h_\delta} - 2\,\bar{\delta}$.

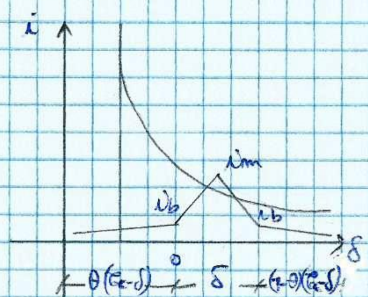
- Sifalda:



• durata totale $T_c = 4\delta$, δ durata della parte critica;

•• intensità media complessiva $i_c = \frac{i_\delta}{2,225} \simeq 0,45\, i_\delta$, intensità crescente da $0,5\, i_c$ a i_c nella parte iniziale, decrescente da i_c a $0,2\, i_c$ in quella finale

- Desbordes ($\theta = 0,5 - 0,75$)

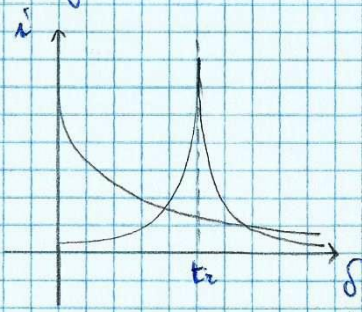


• durata totale $T_c = 4h$, altezza totale h_c;

•• intensità crescente linearmente da 0 a i_b nella parte iniziale, $i_b = 2\frac{h_c-h_\delta}{T_c-\delta}$, decrescente linearmente da i_b a 0 nella parte finale;

∴ intensità crescente linearmente da i_b a $i_m = 2 i_\delta - i_b$ (da $T_1 = \theta(T_c-\delta)$ a $T_1+\delta/2$) e decrescente linearmente da i_m a i_b (da $T_1+\delta/2$ a $T_1+\delta$);

- Chicago:



• usando la legge monomia a due parametri si ottengono:

per $t<t_r$

$$i(t) = na\left(\frac{t_r-t}{r}\right)^{n-1}$$

$$h(t) = ra\left[\left(\frac{t_r}{r}\right)^n - \left(\frac{t_r-t}{r}\right)^n\right]$$

per $t>t_r$

$$i(t) = na\left(\frac{t-t_r}{1-r}\right)^{n-1}$$

$$h(t) = ra\left[\left(\frac{t_r}{r}\right)^n + \left(\frac{t-t_r}{1-r}\right)^n\right]$$

•• il punto di picco si ha per intensità tendente all'infinito.

Il coefficiente di afflusso ϕ

La portata di pioggia che finisce in fognatura è solo una parte della portata totale (intercettazione, assorbimento del terreno, ecc.)
Si definisce il coefficiente di afflusso, dipendente da durata ed intensità della pioggia, grado di imbibizione del terreno, tipo e natura del terreno:

$$\phi = \frac{Q}{P} = \frac{\text{pioggia netta o afflusso efficace}}{\text{pioggia lorda o afflusso totale}}$$

ϕ dipende dalla percentuale I_m di area impermeabile del bacino:

Wisner e P'ng (1983): $\phi = 0{,}2(1-I_m)+0{,}9 I_m$

Larcan e altri (1987): $\phi = \phi_{perm}(1-I_m) + I_m$

Deflussi Urbani (1997): $\phi = \phi_{perm}(1-I_m) + \phi_{imp} \cdot I_m$

Il coefficiente tiene pure conto della durata e del periodo di ritorno della pioggia. Con il metodo italiano:

$$\phi = \mu \cdot h^{1/3} = \mu a^{1/3} \cdot \tau^{n/3} \Rightarrow \text{per } \tau = 1\,h: \ \phi_1 = \mu \cdot a^{1/3} \Rightarrow \phi = \phi_1 \cdot \tau^{n/3}$$

L'afflusso alla rete è dato da $\phi \cdot h$:

$$\phi h = \phi \cdot a \cdot \tau^{n} = \phi_1 \cdot a \cdot \tau^{\frac{4}{3}n}$$

Se un bacino è caratterizzato da diversi valori di ϕ per aree differenti si usa una media pesata per il calcolo della portata alla sezione in esame:

$$\overline{\phi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \phi_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}$$